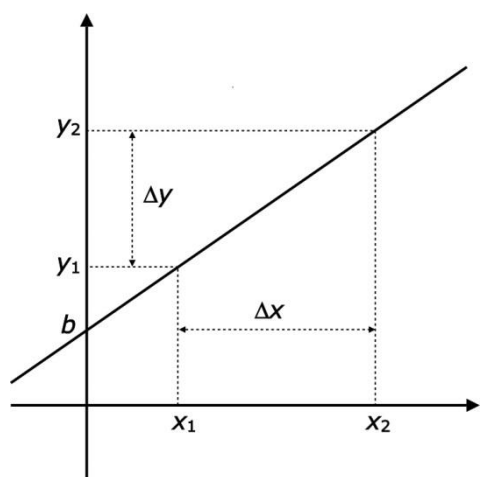

Les droites

Pente d'une droite

Soient (x_1, y_1) et (x_2, y_2) deux points distincts sur une droite. On appelle $\Delta x = x_2 - x_1$ l'accroissement de x et $\Delta y = y_2 - y_1$ l'accroissement de y . Si la droite n'est pas verticale, $\Delta x \neq 0$ et on peut définir

$$m = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}.$$



Par un raisonnement de triangles semblables, on peut montrer que cette quantité ne dépend pas des points 1 et 2 choisis; elle s'appelle la pente de la droite et mesure l'augmentation (si $m > 0$) ou la diminution (si $m < 0$) relative de y par rapport à x . Si $m = 0$, la droite est horizontale et y est constant.

Soient d_1 et d_2 deux droites non verticales de pentes respectives m_1 et m_2 : par un raisonnement similaire, on peut montrer qu'elles sont parallèles si et seulement si $m_1 = m_2$. Si aucune des deux n'est horizontale, on peut également montrer qu'elles sont perpendiculaires si et seulement si $m_1 m_2 = -1$.

Équation d'une droite

Soit d une droite de pente m qui passe par le point (x_1, y_1) et soit (x, y) un autre point sur la droite. On doit avoir $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$, et donc $y - y_1 = m(x - x_1)$, ce qui donne l'équation point-pente de la droite :

$$y = y_1 + m(x - x_1).$$

La quantité $b = y_1 - mx_1$ s'appelle l'ordonnée à l'origine de la droite. On voit tout de suite que l'équation précédente peut se réécrire

$$y = mx + b,$$

qu'on appelle l'équation pente-ordonnée à l'origine de la droite. b est la valeur de y pour $x = 0$, c'est-à-dire la valeur de y où la droite coupe l'axe des y ¹.

¹ Si la droite n'est pas horizontale, la valeur a de x où elle coupe l'axe des x s'appelle son abscisse à l'origine.

Une droite verticale n'a ni pente ni ordonnée à l'origine : son équation est tout simplement

$$x = a$$

Exemples

Exemple 1 : Calculez la pente de la droite qui passe par les points $(-1, 7)$ et $(2, 5)$.

Réponse : On a $m = \frac{5-7}{2-(-1)} = -\frac{2}{3}$.

Exemple 2 : Calculez l'équation de la droite qui passe par les points $(1, 2)$ et $(5, 4)$.

Réponse : On a $m = \frac{4-2}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. L'équation de la droite est donc

$$y = 2 + \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$